

3. Řešení rovnice s jednou neznámou

LINEÁRNÍ NEROVNICE (s neznámou x) - rovnice tvaru

$$ax + b \geq 0 \quad ax + b \leq 0$$

Příklady

① Řeš v $\mathbb{R}$

a) $3x - 4 \leq 5x - 13$ $\mathbb{O} = \mathbb{R}, \mathbb{D} = \mathbb{R}$

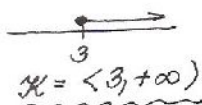
(1.14v) $3x - 4 \leq 5x - 13$

$$3x - 5x \leq -13 + 4$$

$$-2x \leq -9 \quad | :(-2) \Rightarrow \text{MĚNÍME ZNAMÉNKO NEROVNOSTI}$$

$$x \geq 3$$

$$\mathcal{K} = \{x \in \mathbb{R}; x \geq 3\}$$



(1.14v) $3x - 4 \leq 5x - 13 \quad | -3x + 13$
 $-7 + 13 \leq 5x - 3x$

$$6 \leq 2x \quad | :2 \Rightarrow \text{NEMĚNÍME ZNAMÉNKO NEROVNOSTI}$$

$$3 \leq x$$

$$x \geq 3$$

PŘI ZAMĚNĚ STRAN NERCE
 ZAMĚNÍME I ZNAMÉNKO NEROVNOSTI

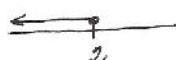
! NÁSOBÍME-LI (DĚLÍME-LI) OBE STRANY NEROVNICE ZÁPORNÝM ČÍSLEM (VÝRAZEM)
 $\Rightarrow$ ZMĚNÍME ZNAMÉNKO NEROVNOSTI

b) $\frac{2}{3} + x \geq \frac{4}{3}x$ $\mathbb{O} = \mathbb{R}, \mathbb{D} = \mathbb{R}$

$$2 + 3x \geq 4x \quad | -3x$$

$$2 \geq x$$

$$x \leq 2$$



$$\mathcal{K} = (-\infty, 2]$$

! ZOPAKUJ SI
 INTERVALY!

c) $2 - \frac{x+2}{3} > x - \frac{x+3}{3}$ $\mathbb{O} = \mathbb{R}$
 $\mathbb{D} = \mathbb{R}$

$$6 - (x+2) > 3x - (x+3)$$

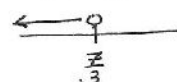
$$6 - x - 2 > 3x - x - 3$$

$$4 > 3x - 3 \quad | +3$$

$$7 > 3x \quad | :3$$

$$\frac{7}{3} > x$$

$$x < \frac{7}{3}$$



$$\mathcal{K} = (-\infty, \frac{7}{3})$$

d) $2x - \sqrt{2} < x\sqrt{2} - 2$

$$2x - x\sqrt{2} < -2 + \sqrt{2}$$

$$x(2 - \sqrt{2}) < -2 + \sqrt{2} \quad | : (2 - \sqrt{2})$$

$$x < \frac{-2 + \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}}$$

$$x < \frac{-1(2 - \sqrt{2})}{2 - \sqrt{2}}$$

$$x < -1$$



$$\mathcal{K} = (-\infty, -1)$$

[? kladné, záporné]
 $2 - 1.4 > 0$ $\oplus$
 $\Rightarrow$ NEMĚNÍME ZN.
 NEROVNOSTI

nebo

$$6 - x - 2 > 3x - x - 3 \quad | +x$$

$$4 > 3x - 3 \quad | -3x - 4$$

$$-3x > -3 - 4$$

$$-3x > -7 \quad | :(-3)$$

$$x < \frac{7}{3}$$

ZMĚNA
 ZNAM.
 NEROVNOSTI

DOPORUČUJI

$$-3x > -7 \quad | \cdot (-1)$$

$$3x < 7 \quad | :3$$

$$x < \frac{7}{3}$$

pokud $-3x \Rightarrow$ vynásobím
 (-1) a změním znaménko
 rovnosti $\Rightarrow$ dělím
 vždy kladným číslem

[POZOR PŘI DĚLENÍ DVOUČLEMEM
 - MUSÍTE ZJIŠTIT ZNAMÉNKO
 $3 - \pi$ ($3 - 3.14$) ZÁPORNÉ ČÍSLO
 $2 - \sqrt{2}$ ($2 - 1.4$) KLADNÉ ČÍSLO]

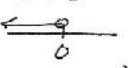
③ Řeš v $\mathbb{R}$

a) $0x \leq 0$
 $(0 \leq 0)$
 PLATÍ
 $\mathcal{K} = \mathbb{D} = \mathbb{R}$

$0x < 0$
 $(0 < 0)$
 NEPLATÍ
 $\mathcal{K} = \emptyset$

$0x \leq -3$
 $(0 \leq -3)$
 NEPLATÍ
 $\mathcal{K} = \emptyset$

$0x < 3$
 $(0 < 3)$
 PLATÍ
 $\mathcal{K} = \mathbb{D} = \mathbb{R}$

$3x < 0 \quad | :3$
 $x < 0$

 $\mathcal{K} = (-\infty, 0)$

$-3x \leq 0 \quad | :(-3)$
 $x \geq 0$

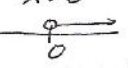
 $\mathcal{K} = [0, +\infty)$

b) $0x \geq 0$
 $(0 \geq 0)$
 PLATÍ
 $\mathcal{K} = \mathbb{D} = \mathbb{R}$

$0x > 0$
 $(0 > 0)$
 NEPLATÍ
 $\mathcal{K} = \emptyset$

$0x \geq -3$
 $(0 \geq -3)$
 PLATÍ
 $\mathcal{K} = \mathbb{D} = \mathbb{R}$

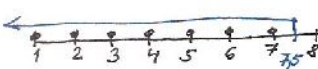
$0x > 3$
 $(0 > 3)$
 NEPLATÍ
 $\mathcal{K} = \emptyset$

$[\frac{0}{3} = 0 \text{ ale } \frac{3}{0} \text{ NEPLATÍ! }]$
 $3x > 0$
 $x > 0$

 $\mathcal{K} = (0, +\infty)$
 $(\mathcal{K} = \mathbb{R}^+)$

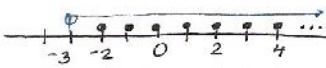
$-3x \geq 0 \quad | :(-3)$
 $x \leq 0$

 $\mathcal{K} = (-\infty, 0]$
 $(\mathcal{K} = \mathbb{R}_0^-)$

③ Řeš v daných množinách

a) v $\mathbb{N}$: $x - 7 < 8 - x$ $\mathcal{D} = \mathbb{N}$ (přirozená)
 $2x < 15$
 $x < \frac{15}{2}$
 $x < 7,5$

 $\mathcal{K} = \{x \in \mathbb{N}; x < 7,5\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

v $\mathbb{N}$ - mítli kapitol
 intervalů
 - jednotlivá čísla

b) v $\mathbb{Z}$: $6x + 1 > 2(x - 5) - 1$ $\mathcal{D} = \mathbb{Z}$ (celá)
 $6x + 1 > 2x - 10 - 1$
 $4x > -12$
 $x > -3$


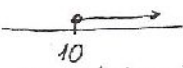
$\mathcal{K} = \{x \in \mathbb{Z}; x > -3\} = \{-2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$

v $\mathbb{Z}$ - mítli kapitol
 intervalů

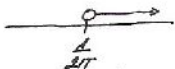
c) v $\mathbb{N}$: $\frac{4x}{3} \leq \frac{2}{3} + x$ $\mathcal{D} = \mathbb{N}$
 $4x \leq 2 + 3x$
 $x \leq 2$

$\mathcal{K} = \{x \in \mathbb{N}; x \leq 2\} = \{1, 2\}$

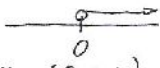
④ Řeš v $\mathbb{R}$

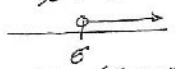
a) $x + 3 \leq 2x - 7$ $\mathcal{D} = \mathbb{R}$
 $-x \leq -10$
 $x \geq 10$

 $\mathcal{K} = [10, +\infty)$

b) $y + 1 \geq y$ $\mathcal{D} = \mathbb{R}$
 $0y \geq -1$
 $(0 \geq -1)$
 PLATÍ
 $\mathcal{K} = \mathbb{D} = \mathbb{R}$

c) $2\pi x > 1 \quad | :2\pi$
 $x > \frac{1}{2\pi}$

 $\mathcal{K} = (\frac{1}{2\pi}, +\infty)$

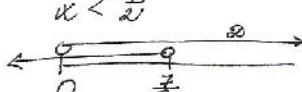
d) $2y + 5 < 2y + 3$ $\mathcal{D} = \mathbb{R}$
 $0y < -2$
 $(0 < -2)$
 NEPLATÍ
 $\mathcal{K} = \emptyset$

e) $2x + 1 > 1 - x$ $\mathcal{D} = \mathbb{R}$
 $3x > 0$
 $x > 0$

 $\mathcal{K} = (0, +\infty)$
 $(= \mathbb{R}^+)$

f) $(4 - x)x > 24 - x^2$ $\mathcal{D} = \mathbb{R}$
 $4x - x^2 > 24 - x^2$
 $4x > 24$
 $x > 6$

 $\mathcal{K} = (6, +\infty)$

5) Řešit v daných množinách

a) $(u-3)^2 + 3(u-1) \leq (u+3)(u-3)$ $\mathcal{O} = \mathbb{Z}$
 $u^2 - 6u + 9 + 3u - 3 \leq u^2 - 9$ $\mathcal{D} = \mathbb{Z}$
 $-3u + 6 \leq -9$ $+6$
 $-3u \leq -15$ $|-3$
 $u \geq 5$ ZMĚNA ZN. NEŘ.
 $\mathcal{K} = \{x \in \mathbb{Z}; u \geq 5\} = \{5, 6, 7, \dots\}$

b) $0 < 7 - 2x$ $\mathcal{O} = \mathbb{R}^+ = (0, +\infty)$
 $2x < 7$ $\mathcal{D} = \mathbb{R}^+$
 $x < \frac{7}{2}$

 $\mathcal{K} = (0, \frac{7}{2})$

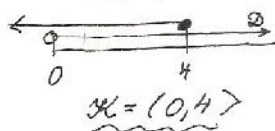
b) $\frac{4x}{5} - \frac{x+2}{2} > \frac{3x}{10} - 2$ $\mathcal{O} = \mathbb{N}$
 $\mathcal{D} = \mathbb{N}$
 $2 \cdot 4x - 5(x+2) > 3x - 20$
 $8x - 5x - 10 > 3x - 20$
 $3x - 10 > 3x - 20$
 $0x - 10 > -20$ $+10$
 $0x > -10$
 $(0 > -10)$
 PLATÍ
 $\mathcal{K} = \mathcal{D} = \mathbb{N}$

d) $2 \cdot \frac{4x-5}{3} - \frac{5x}{2} \geq \frac{x+1}{6}$ $\mathcal{O} = \mathbb{Z}$
 $\mathcal{D} = \mathbb{Z}$
 $\frac{2(4x-5)}{3} - \frac{5x}{2} \geq \frac{x+1}{6}$ $+6$
 $2 \cdot 2(4x-5) - 3 \cdot 5x \geq x+1$
 $16x - 20 - 15x \geq x+1$
 $x - 20 \geq x+1$ $-x$
 $0x - 20 \geq 1$
 $0x \geq 21$
 $0 \geq 21$
 NEPLATÍ
 $\mathcal{K} = \emptyset$

6) Kľučá

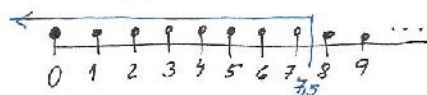
a) kladná celá čísla $\neq$ vyhovujúci nerovnici

$4 + 2x \leq 15$ $\mathcal{O} = \mathbb{R}^+ = (0, +\infty)$
 $2x \leq 8$ $|-2$ $\{x \in \mathbb{R}; x > 0\}$
 $x \leq 4$ $\mathcal{D} = \mathbb{R}^+$



b) celá nezáporná $\neq$ vyhovujúci nerovnici

$(x-7)^2 < (8-x)^2$ $\mathcal{O} = \mathbb{Z}_0^+ = \mathbb{N}_0$
 $x^2 - 14x + 49 < 64 - 16x + x^2$ $+16x - 49$
 $2x < 15$
 $x < \frac{15}{2}$
 $x < 7,5$



$\mathcal{K} = \{x \in \mathbb{Z}_0^+; x < 7,5\}$

$\mathcal{K} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$